professor Jamur .com.br

Matemática & Raciocínio Lógico

para concursos

Prof. Me. Jamur Silveira

www.professorjamur.com.br

facebook: Professor Jamur

SISTEMAS LINEARES

Equação linear

É Toda equação da forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

onde são números reais que recebem o nome de *coeficientes das incógnitas* e *b* é um número real chamado *termo independente*.

Sistema Linear

Definição: Um conjunto de equações lineares da forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

é um sistema linear de *m* equações e *n* incógnitas.

Solução do Sistema Linear

Matrizes associadas a um Sistema Linear

Matriz incompleta

É a matriz **A**, formada pelos coeficientes da incógnitas do sistema.

Exemplos:

Seja o sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 4x + y + z = 7 \\ -2x + y + z = 4 \end{cases}$$

Matriz incompleta:

A= $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Matriz Completa

É a matriz **B,** que obtemos ao acrescentarmos à matriz incompleta uma última coluna formada pelos termos independentes das equações do sistema. Assim a matriz completa referente ao sistema anterior é:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 4x + y + z = 7 \\ -2x + y + z = 4 \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

1º Exemplo

Resolver com o auxílio da Regra de Cramer, os seguintes sistemas:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

Solução:

Temos: *m* = *n* = 2 (1ª condição) e $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 2 = -8 \neq 0$ (2ª condição)

Portanto, como o sistema é normal, podemos utilizar a Regra de Cramer para resolvê-lo.

<u>1º Passo</u>: Calcular D_x e D_y

-Substituindo, na matriz incompleta $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

a 1ª coluna pela coluna formada pelos termos independentes, e posteriormente a 2ª coluna, encontramos:

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -21 - 3 = -24$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 14 = -8$$

2º Passo: Encontrar x e y:

Assim:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-24}{-8} = 3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-8}{-8} = 1$$

Logo, (x, y) = (3, 1) é a solução do sistema dado.

2º Exemplo

$$\begin{cases} a+b+c=7 \\ 2a+b-c=9 \\ a-2b+2c=2 \end{cases}$$

Agora temos um sistema linear com 3 equações e 3 incógnitas (*m* = *n*) e determinante da matriz incompleta diferente de zero, veja:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{matrix} = -1-2-4+2-1-4 = -7-3 = -10 \neq 0$$

1º Passo: Calcular substituindo as colunas 1, 2 e 3, respectivamente, pelos termos independentes:

$$D_a = \begin{vmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 9 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 7 & 1 \\ 9 & 1 \\ 2 & -2 \end{matrix} = -2-14-18+14-2-18 = -34-6 = -40$$

$$D_b = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 2 & 9 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 7 \\ 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{matrix} = -9+2-28+18-7+4 = -35+15 = -20$$

$$D_c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 9 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{matrix} = -7+18+4+2+9-28 = 7-17 = -10$$

Portanto, por Cramer vem:

$$a = \frac{D_a}{D} = \frac{-40}{-10} = 4$$

$$b = \frac{D_b}{D} = \frac{-20}{-10} = 2$$

$$c = \frac{D_c}{D} = \frac{-10}{-10} = 1$$

Logo, (a, b, c) = (4, 2, 1) é a solução do sistema dado.

3º Exemplo

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

Solução:

Temos $m = n = 3$ e $D = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{matrix} = -1 + 9 + 8 + 3 + 4 + 6 = 29 \neq 0$

Portanto, como o sistema é normal, apresentando uma única solução e, além do mais, o sistema é homogêneo, esta solução única será a solução trivial (0, 0, 0).

Logo, (x, y, z) = (0, 0, 0).

Bom Curso e
conte sempre conosco!!!

Sucesso!!!

www.professorjamur.com.br

Facebook: Professor Jamur